

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ»

Подлежит возврату

**№ 0000**

**РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ  
ЧАСТЬ 2**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

МОСКВА 2015

Автор: В.Н.Исаков

Редактор: В.К. Битюков

Методические указания относятся к лабораторным работам по курсу Радиотехнические цепи и сигналы, содержат описание четырёх лабораторных работ.

Их содержание соответствует программе учебной дисциплины и образовательным стандартам по направлению подготовки бакалавров 210400.62 «Радиотехника» и специальности 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы» МГТУ МИРЭА.

Рецензенты: д.т.н. Ю.В. Говоров

д.т.н. А.Н. Коваленко

Печатается по решению редакционно-издательского совета университета.

© МИРЭА, 2015.

Литературный редактор

Подписано в печать 00.00.2015. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л.0,00. Усл. кр.-отг. 0,00. Уч.-изд. Л. 0,0

Тираж 000 экз. Заказ 000

Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
«Московский государственный университет радиотехники,  
электроники и автоматики»  
119454, Москва, пр. Вернадского, 78

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ

### Цель работы:

- Экспериментальная проверка возможности восстановления непрерывных сигналов с помощью фильтра нижних частот.
- Исследование влияния периода дискретизации на результат восстановления сигнала.
- Закрепление навыков работы с электроизмерительными приборами.

### Описание лабораторной установки

Структурная схема лабораторной установки показана на рис.1.

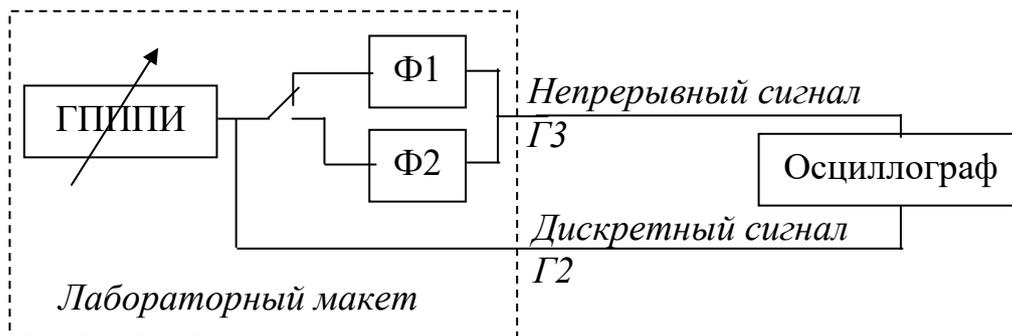


Рис.1. Структурная схема лабораторной установки

В состав лабораторного макета входит управляемый генератор периодической последовательности пачек импульсов (ГППИ). Сигнал генератора представляет собой периодическую последовательность пачек из 20-ти прямоугольных импульсов, длительность которых мала по сравнению с интервалом их следования (рис.2.)

Размах каждого из импульсов может изменяться с помощью рукояток, расположенных на верхней панели лабораторного макета, номер рукоятки соответствует номеру импульса.

Лабораторный макет позволяет формировать периодическую последовательность дискретных сигналов различной формы, состоящих из 20-ти отсчётов.

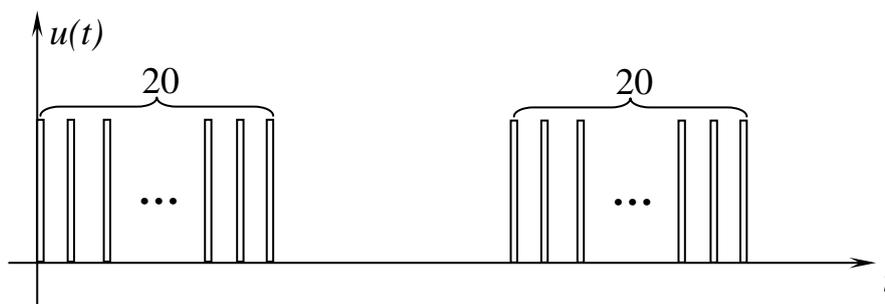


Рис.2. Пример сигнала ГПППИ

Формирование периодического дискретного сигнала обеспечивает возможность наблюдения его устойчивой осциллограммы на экране осциллографа. При этом вход осциллографа следует подключить к гнезду «Г2» на левой боковой панели лабораторного макета, а переключатель «синтез/ЧХ», расположенный на лицевой панели лабораторного макета, установить в положение «ЧХ» (табл.1). Частота повторения сигнала регулируется ручкой «4-20 кГц».

Для восстановления сигналов можно выбрать один из фильтров нижних частот, входящих в состав лабораторного макета – Ф1 или Ф2, устанавливая в соответствующее положение переключатель «Ф1/Ф2», а переключатель «Синтез/ЧХ» - в положение «Синтез» (см. табл.1).

Таблица 1

Расположение переключателей лабораторного макета и подключение осциллографа в различных режимах

Режим	Контрольная точка	Переключатель «Синтез/ЧХ»	Переключатель «Ф1/Ф2»
Дискретный сигнал	Г2	ЧХ	произвольное
Непрерывный сигнал на выходе фильтра 1	Г1	Синтез	Ф1
Непрерывный сигнал на выходе фильтра 2	Г1	Синтез	Ф2

## **Порядок выполнения работы**

### **1. Исследование импульсных характеристик фильтров нижних частот**

1.1. Сформировать дискретный сигнал в виде единичного отчёта. Для этого размах 1-го импульса ГПППИ установить максимальным, а размах остальных импульсов - нулевым.

1.2. Зарисовать в отчёте осциллограмму полученного дискретного сигнала и результатов восстановления непрерывного сигнала с помощью фильтров  $\Phi 1$  и  $\Phi 2$ . Полученные осциллограммы соответствуют импульсным характеристикам фильтров.

### **2. Восстановление прямоугольного импульса**

2.1. Сформировать дискретный прямоугольный импульс из 20-ти отсчётов. Для этого установить размах всех импульсов ГПППИ максимальным.

2.2. Зарисовать в отчёте осциллограмму дискретного прямоугольного импульса и результатов его восстановления с помощью фильтров  $\Phi 1$  и  $\Phi 2$ .

2.3. Сформировать дискретный прямоугольный импульс из 10-ти отсчётов, путём обнуления каждого второго отсчёта сигнала, полученного в п.2.1 (рукоятки 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20). Выполняемая процедура соответствует увеличению периода дискретизации.

2.4. Зарисовать в отчёте осциллограмму дискретного прямоугольного импульса и результатов его восстановления с помощью фильтров  $\Phi 1$  и  $\Phi 2$ .

2.5. Сформировать дискретный прямоугольный импульс из 5-ти отсчётов, путём обнуления каждого второго отсчёта сигнала, полученного в п.2.3 (рукоятки 3,7,11,15,19).

2.6. Зарисовать в отчёте осциллограмму дискретного прямоугольного импульса и результатов его восстановления с помощью фильтров  $\Phi 1$  и  $\Phi 2$ .

2.7. Проанализировать полученные результаты. Как форма импульсной характеристики фильтра нижних частот влияет на результат восстановления сигнала? Как изменение периода дискретизации влияет на результат восстановления сигнала?

### **3. Восстановление симметричного треугольного импульса**

Повторить п.2. для симметричного треугольного импульса.

### **4. Восстановление экспоненциального импульса**

Повторить п.2. для экспоненциального импульса.

### **5. Восстановление произвольного сигнала**

Повторить п.2. для произвольного сигнала.

### **Оформление отчёта**

Отчет выполняется на листах формата А4 или в рабочей тетради и должен содержать:

- название и цели лабораторной работы, а также структурную схему лабораторной установки;
- название, осциллограммы и выводы полученные при выполнении каждого пункта работы;
- выводы по работе в целом.

### **Контрольные вопросы**

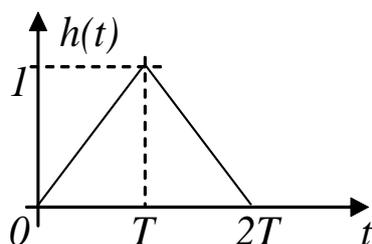
1. Непрерывные, дискретные, квантованные и цифровые сигналы – определения. Спектр идеального и реального дискретного сигнала, его взаимосвязь со спектром непрерывного сигнала. Условия применимости модели идеального дискретного сигнала.
2. Выбор интервала дискретизации сигнала. Ограничение спектра сигнала.
3. Теорема Котельникова во временной области.
4. База сигнала и минимальное число отсчетов импульса.
5. Структурная схема лабораторного макета.
6. Пояснить как происходит восстановление непрерывного сигнала с помощью ФНЧ во временной области.
7. Пояснить как происходит восстановление непрерывного сигнала с помощью ФНЧ, используя спектральный подход.

### **Задачи**

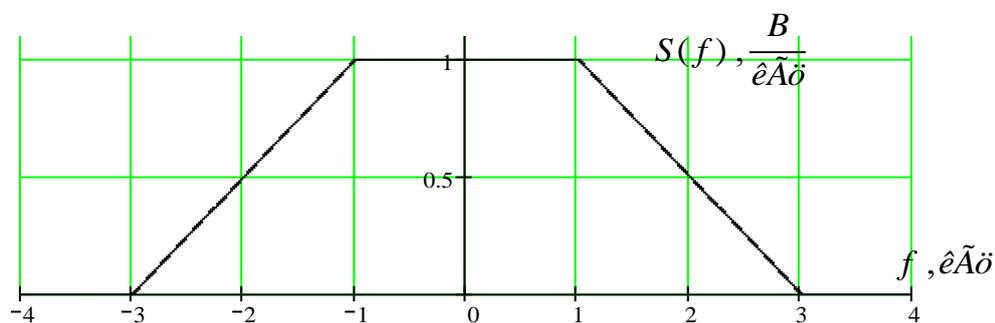
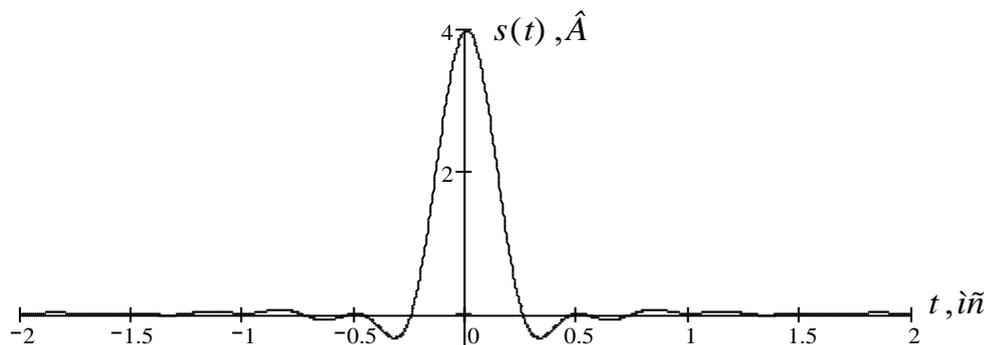
1. Определить максимальный интервал дискретизации и мини-

мальное число отсчетов для прямоугольного, симметричного треугольного и экспоненциального импульсов.

2. Реакция ФНЧ на один импульс несущей импульсной последовательности показана на рисунке. Построить графики, поясняющие процесс восстановления прямоугольного, треугольного и экспоненциального импульсов из 10-ти отсчетов во временной области с помощью данного фильтра.



3. Сигнал  $s(t) = (4f_m/3) \cdot \text{sinc}(2\pi f_m/3 \cdot t) \text{sinc}(4\pi f_m t/3)$



имеет спектральную плотность

$$S(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_m/3 \\ (3/2) \cdot (1 - |f|/f_m), & f_m/3 < |f| < f_m \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

Для заданной  $f_m = 3 \text{ кГц}$  определить максимальный период дискретизации  $T_{\max}$  и построить графики амплитудного спектра дискретного сигнала для следующих значений периода дискретизации  $T = T_{\max}$ ;  $T = 1.2T_{\max}$ ;  $T = 0.6T_{\max}$ .

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

### **СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ**

#### **Цель работы:**

1. Исследование спектров дискретных сигналов.
2. Исследование возможности применения ДПФ для спектрального анализа сигналов.
3. Закрепление навыков применения ПК в инженерной практике.

#### **Описание лабораторной установки**

Лабораторная работа выполняется на ПК с использованием программы DSpectr. Аналоговый сигнал для обработки программой может быть задан графически (с помощью манипулятора «мышь») или выбран из библиотеки сигналов. При задании аналогового сигнала дискретный сигнал формируется программой с учётом введённого пользователем периода дискретизации. Имеется возможность задать дискретный сигнал непосредственно путём ввода таблицы отсчётов.

Программа представляет следующие результаты:

1. Графики аналогового и дискретного сигналов;
2. Графики амплитудного и фазового спектров аналогового и дискретного сигналов, а также дискретный амплитудный и фазовый спектр (ДПФ);
3. Графики зависимости времени выполнения дискретного и быстрого преобразования Фурье от степени детализации спектра.

#### **Порядок выполнения работы**

##### **1. Исследование спектров дискретных сигналов**

1.1. Исследовать спектр дискретного прямоугольного импульса с различным числом отсчётов. Для задания аналогового прямо-

угольного импульса, в библиотеке сигналов (меню Сигнал - Библиотека сигналов) выбрать семейство сигналов «Степенные чётно-симметричные», установить параметры сигнала  $\tau_u = 1$  с,  $V_0 = 1$  В,  $k = 0$ ,  $l = 1$ ,  $m = 0$  и выполнить директиву «Сигнал – Выбрать сигнал». Сконфигурировать программу следующим образом:

- снять флажок в меню Настройка – результат – ДПФ;
- установить флажок в меню Настройка – результат – четыре периода спектра дискретного сигнала.

Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного прямоугольного импульсов с числом отсчётов  $N = 3; 5; 11; 21$ , а также графики их амплитудных спектров.

1.2. Исследовать спектр дискретного экспоненциального импульса  $s(nT) = \sigma(nT)e^{-\alpha nT}$ . Для задания аналогового экспоненциального импульса в библиотеке сигналов выбрать семейство «Экспоненциальные», задать параметры сигнала  $\tau_{0,01} = 1$  с,  $V_0 = 1$  В,  $k = 0$ ,  $l = 1$ ,  $m = 0$ . Определить параметр экспоненциального сигнала  $\alpha = \ln(100) / \tau_{0,01}$ . Рассчитать значения периода дискретизации, соответствующие  $\alpha T = 0,05; 0,1; 0,5; 1,0$ . Установить флажок в меню Настройка – Ввод параметров – Вводить период дискретизации. Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного экспоненциального импульса соответствующие полученным значениям периода дискретизации, а также графики их амплитудного и фазового спектров.

1.3. Исследовать спектр дискретного сигнала, полученного путём дискретизации сигнала

$$s(t) = (4f_m / 3) \cdot \text{sinc}(2\pi f_m / 3 \cdot t) \text{sinc}(4\pi f_m t / 3),$$

с  $f_m = 3$  Гц. Для задания аналогового сигнала в редакторе диаграмм (меню Сигнал – задать графически) открыть файл `C:\ProgramFiles\DSpectr\Signals\sinc_sinc.dkr` и выполнить директиву «Диаграмма – Обработать данные».

Рассчитать максимальный период дискретизации сигнала  $T_{\max}$ . Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного сигналов соответствующие значению периода дискретизации

$T = 0,3T_{\max}; 0,6T_{\max}; T_{\max}; 1,2T_{\max}; 1,4T_{\max}$ , а также графики их амплитудных спектров.

1.4. Исследовать спектр дискретного сигнала, полученного путём дискретизации сигнала  $s(t) = \text{sinc}^2(\pi f_m t)$ , при  $f_m = 1$  Гц. Для задания аналогового сигнала в редакторе диаграмм открыть файл C:\ProgramFiles\DSpectr\Signals\sinc2.dkr.

Определить максимальный период дискретизации сигнала  $T_{\max}$ . Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного сигналов соответствующие значению периода дискретизации  $T = 0,3T_{\max}; 0,6T_{\max}; T_{\max}; 1,2T_{\max}; 1,4T_{\max}$ , а также графики их амплитудных спектров.

1.5. Исследовать спектр сигнала, полученного путём дискретизации сигнала  $s(t) = \sigma(t)e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t)$ , с параметрами  $\alpha = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_0 = 20$  рад/с. Для задания аналогового сигнала в редакторе диаграмм открыть файл C:\ProgramFiles\DSpectr\Signals\exp\_cos.dkr. Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного сигналов соответствующие значению периода дискретизации  $T = 0,32; 0,16; 0,08; 0,04$  с, а также графики их амплитудного и фазового спектров.

1.6. Проанализировать полученные результаты. Как связаны спектры аналогового и соответствующего ему дискретного сигналов? Как изменяется спектр дискретного сигнала при изменении периода дискретизации? В чём проявляется эффект наложения в частотной области?

## 2. Спектральный анализ прямоугольного импульса на основе дискретного преобразования Фурье

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)

$$S_{\delta}(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} s(nT) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (1)$$

является алгоритмом, который позволяет определить отсчёты спектра дискретного сигнала, взятые с частотным интервалом

$$\Omega = 2\pi / NT. \quad (2)$$

Непосредственное выполнение ДПФ является ресурсоёмким по времени, так как содержит  $N^2$  комплексных умножений. Алгоритмы, позволяющие значительно сократить время выполнения ДПФ, называются быстрым преобразованием Фурье (БПФ). При использовании алгоритма БПФ требуется, чтобы число отсчётов в сигнале (объём ДПФ) являлось степенью числа два  $N = 2^k; k = 1, 2, 3, \dots$ . Число комплексных умножений при БПФ равно  $N \log_2 N$ .

Так как частотный интервал дискретизации при ДПФ близок к максимальному, то детальность представления спектра сигнала своими отсчётами не всегда приемлема. Для более полной детализации спектра дискретный сигнал длины  $N$  дополняется  $M$  нулевыми отсчётами, что приводит к возрастанию объёма ДПФ  $\tilde{N} = N + M$ , не изменяя при этом период дискретизации, в результате чего спектр сигнала оказывается дискретизирован с частотным интервалом

$$\tilde{\Omega} = 2\pi / \tilde{N}T = 2\pi / (N + M)T < \Omega. \quad (3)$$

При использовании алгоритмов БПФ, число отсчётов в сигнале является степенью числа два, и добавление нулевых отсчётов к сигналу не должно нарушать этого условия. Поэтому объём ДПФ, полученный после добавления нулевых отсчётов, может принимать одно из значений:

$$\tilde{N} = 2^d N; d = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

целый параметр  $d$  называется степенью детализации спектра. Соответствующее количество добавленных к сигналу нулевых отсчётов

$$M = \tilde{N} - N = 2^d N - N = (2^d - 1)N. \quad (5)$$

2.1. Рассчитать по формуле (5) количество дополнительных нулевых отсчётов, соответствующих числу отсчётов в прямоугольном импульсе и степени детализации спектра, приведённым в табл.1. Результаты поместить в соответствующие ячейки табл.1.

Таблица 1

Число нулевых отсчётов			
	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$

$N = 4$				
$N = 8$				
$N = 16$				

2.2. Сконфигурировать программу следующим образом:

- снять флажок в меню Настройка – Результат – Спектр аналогового сигнала;
- установить флажок в меню Настройка – Результат – ДПФ;
- установить флажок в меню Настройка – Результат – Два периода спектра дискретного сигнала;
- установить флажок в меню Настройка – Ввод параметров – Вводить число отсчётов.

2.3. В библиотеке сигналов выбрать семейство сигналов «Степенные», установить параметры сигнала  $\tau_u = 1$  с,  $V_0 = 1$  В,  $k = 0$ ,  $l = 1$ ,  $m = 0$ .

2.4. Получить и поместить в отчёт графики аналогового и дискретного прямоугольного импульса, а также графики амплитудного и фазового спектра соответствующие данным табл.1. Зафиксировать в отчёте интервал дискретизации спектра для каждого случая (в виде таблицы, аналогичной табл.1).

2.5. Построить в одной системе координат графики зависимости частотного интервала дискретизации от степени детализации спектра для числа отсчётов в сигнале соответствующего табл.1.

2.6. Проанализировать полученные результаты. Как влияет на результат ДПФ увеличение числа отсчётов в импульсе? Как влияет на результат ДПФ дополнение последовательности отсчётов сигнала нулевыми отсчётами? Как изменяется шаг дискретизации спектра при увеличении степени детализации? Как изменяется шаг дискретизации спектра при изменении числа ненулевых отсчётов в сигнале?

### 3. Сравнение времени выполнения ДПФ и БПФ

Получить и поместить в отчёт графики зависимости времени выполнения ДПФ и БПФ от степени детализации спектра при числе ненулевых отсчётов в сигнале  $N = 256; 512; 1024$ . По результатам анализа сделать соответствующие выводы.

### Оформление отчета

Отчет выполняется на листах формата А4 и должен содержать:

- название и цели лабораторной работы;
- результаты и графики, полученные при выполнении работы;
- выводы по каждому пункту и работе в целом.

### Контрольные вопросы

1. Спектр дискретного сигнала, его взаимосвязь со спектром аналогового сигнала. Эффект наложения в частотной области.
2. Выбор интервала дискретизации спектра. Эффект наложения во временной области. Теорема Котельникова в частотной области.
3. Спектральное представление дискретных сигналов, комплексный и тригонометрический дискретные базисы, ДПФ и ОДПФ.
4. Свойства ДПФ. Взаимосвязь ДПФ и  $Z$  – преобразования дискретных сигналов.
5. Спектральная плотность дискретного сигнала и ДПФ.
6. Быстрое преобразование Фурье (БПФ). Использование ДПФ для спектрального анализа непрерывных сигналов. Взаимосвязь между числом отсчетов импульса, периодом дискретизации и интервалом дискретизации по частотной оси. Улучшение разрешения по частотной оси при дополнении нулевыми отсчетами исходной последовательности выборок сигнала.

### Задачи

1. Найти спектральную плотность и ДПФ дискретного прямоугольного импульса из  $N$  отсчётов.
2. Сигнал  $s(t) = (4f_m/3) \cdot \text{sinc}(2\pi f_m/3 \cdot t) \text{sinc}(4\pi f_m t/3)$  эффективной длительностью  $\tau_u = 2$  мс имеет спектр

$$S(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_m/3 \\ (3/2) \cdot (1 - |f|/f_m), & f_m/3 < |f| < f_m, \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

ограниченный частотой  $f_m = 3$  кГц (см. рисунок к задаче 3 л.р.№1). В результате дискретизации сигнал представлен мини-

мальным числом отсчетов  $N_{\min}$ .

Определить  $N_{\min}$ , период дискретизации сигнала  $T$  и частотный шаг дискретизации спектра  $\Omega$ . Построить в зависимости от  $f$  диаграмму дискретного амплитудного спектра полученного сигнала.

Определить период дискретизации сигнала, частотный шаг дискретизации спектра и построить в том же масштабе диаграмму дискретного амплитудного спектра сигнала, если период дискретизации уменьшился в два раза.

Определить период дискретизации сигнала, частотный шаг дискретизации спектра и построить в том же масштабе диаграмму дискретного амплитудного спектра при добавлении к исходной последовательности 10-ти нулевых отсчётов.

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ ПО ИХ ДИСКРЕТНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ**

#### **Цель работы:**

- изучение и сравнительный анализ методов восстановления непрерывных сигналов по их дискретным отсчётам;
- закрепление навыков работы на ПК.

#### **Описание лабораторной установки**

Лабораторная работа выполняется на ПК с использованием программы Interp.

Аналоговый сигнал для обработки программой может быть задан графически (с помощью манипулятора «мышь»), выбран из библиотеки сигналов или синтезирован путём задания амплитуд  $A_n$ , частот  $\omega_n = n\omega_1$  и начальных фаз  $\varphi_n$  составляющих в поли-

гармонической модели 
$$s(t) = \sum_{n=0}^9 A_n \cos(\omega_n t + \varphi_n).$$

После задания аналогового сигнала дискретный сигнал формируется программой на выбранном пользователем интервале анализа с учётом введённого периода дискретизации. Имеется

возможность задать дискретный сигнал непосредственно путём ввода таблицы отсчётов. Выбор способа задания сигнала осуществляется в подменю программы «Сигнал»

В программе реализовано восстановление сигналов рядом Котельникова, интерполяционным многочленом Лагранжа, методами локальной полиномиальной интерполяции 0-3 порядка, локальной полиномиальной сплайновой интерполяции 1-3 порядка, 1-2 степеней гладкости. Выбор метода восстановления сигнала осуществляется в подменю программы «Метод интерполяции».

Программа представляет следующие результаты:

1. Графики порождающей функции, её спектральной плотности и коэффициента искажений (доступны на закладке «Порождающая функция»);
2. Графики базисных функций интерполяционного многочлена Лагранжа (доступны на закладке «Базисные функции»);
3. Графики временных и спектральных функций для аналогового сигнала, дискретного сигнала и интерполирующей функции (доступны на закладках «Сигнал и интерполирующая функция» и «Ошибка восстановления и спектр»);
4. График ошибки интерполяции (доступен на закладке «Ошибка восстановления и спектр»);
5. Оценка максимальной частоты в спектре сигнала (доступна на закладке «Сигнал и интерполирующая функция» в поле «Параметры»). Критерий и соответствующие ему параметры при оценке максимальной частоты в спектре сигнала задаются в окне «Настройка модуля спектрального анализа», вызываемого из раздела меню «Настройка – Модуль спектрального анализа».

### **Порядок выполнения работы**

#### **1. Исследование базисных функций различных методов интерполяции**

1.1. Получить и поместить в отчёт график порождающей функции ряда Котельникова и его спектральной плотности. Для этого выполнить команду меню «Метод интерполяции - Ряд Котельникова». Перейти на закладку «Порождающая функция».

1.2. Получить и поместить в отчёт графики базисных функций

многочлена Лагранжа при количестве отсчётов на интервале интерполяции  $N = 4$ . Для этого выполнить команду меню «Метод интерполяции - Многочлен Лагранжа». Перейти на закладку «Базисные функции». В поле «Параметры и описание» установить количество отсчётов  $N = 4$ . Аналогично получить и поместить в отчёт графики базисных функций при количестве отсчётов  $N = 7$  и  $N = 15$ .

1.3. Исследовать порождающие функции методов локальной регулярной интерполяции.

1.3.1. Получить и поместить в отчёт график порождающей функции, её спектральной плотности и коэффициента искажений при кусочно-полиномиальной интерполяции нулевого порядка. Для этого выполнить команду меню «Метод интерполяции - Локальная полиномиальная, порядок: 0», перейти на закладку «Порождающая функция».

1.3.2. Измерить и зафиксировать в отчёте граничную частоту коэффициента искажений  $\omega_{гр}T$  по абсолютному уровню 0,001. Для этого, изменяя масштаб графика коэффициента искажений, определить такую максимальную частоту, при которой график находится ниже заданного уровня, то есть  $K_u(\omega)|_{\omega T < \omega_{гр}T} \leq 0,001$ .

1.3.3. Повторить п.1.3.1-1.3.2 для других методов локальной интерполяции. Для установки методов выполнять соответствующие команды меню: «Метод интерполяции - Локальная полиномиальная, порядок: 1», «Метод интерполяции - Локальная полиномиальная, порядок: 2», «Метод интерполяции - Локальная полиномиальная, порядок: 3», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 1, степень гладкости 1», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 2, степень гладкости 1», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 3, степень гладкости 1», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 1, степень гладкости 2», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 2, степень гладкости 2», «Метод интерполяции - Локальная сплайновая, порядок: 3, степень гладкости 2».

1.3.4. Сформулировать выводы: сравнить исследованные методы интерполяции по граничным частотам коэффициента искажений.

## 2. Восстановление прямоугольного импульса

2.1. Задать прямоугольный импульс. Для этого выполнить команду меню «Сигнал – Библиотека сигналов». В открывшемся окне «Библиотека видеосигналов» на верхней панели управления выбрать в списке семейство сигналов «Степенные чётно-симметричные». Задать параметры сигнала  $k=0$ ,  $l=1$ ,  $m=0$ ,  $\tau_u=1\text{с}$ ,  $V_0=1\text{В}$ . Выполнить директиву меню «Сигнал – Выбрать сигнал».

2.2. На закладке «Сигнал и интерполирующая функция» в поле «Параметры» задать период дискретизации  $T=0,249\text{с}$ , задать интервал анализа  $[-1,1]\text{с}$ . Выполнить команду меню «Настройка – Сетка дискретизации – Привязать к нулевой абсциссе». Установить метод интерполяции «Ряд Котельникова».

2.3. Поместить в отчёт временную и спектральную диаграммы аналогового и дискретного сигналов и интерполирующей функции.

2.4. Повторить п.п. 2.3, последовательно устанавливая следующие методы интерполяции: «Многочлен Лагранжа», «Локальная полиномиальная, порядок: 1», «Локальная сплайновая, порядок: 2, степень гладкости: 1», «Локальная сплайновая, порядок: 3, степень гладкости: 2».

2.5. На закладке «Сигнал и интерполирующая функция» в поле «Параметры» задать период дискретизации  $T=0,1248\text{с}$ , задать интервал анализа  $[-1,1]\text{с}$ . Установить метод интерполяции «Ряд Котельникова».

2.6. Повторить п.п. 2.3 – 2.4.

2.7. Сформулировать выводы по п.2: как влияет наличие фронта и спада на графике сигнала на поведение интерполирующей функции?

## 3. Восстановление экспоненциального импульса

3.1. Задать экспоненциальный импульс. Для этого выполнить команду меню «Сигнал – Библиотека сигналов». В открывшемся окне «Библиотека видеосигналов» на верхней панели управления выбрать в списке семейство сигналов «Экспоненциальные». Задать параметры сигнала  $k=0$ ,  $l=1$ ,  $m=0$ ,  $\tau_{0,01}=1\text{с}$ ,  $V_0=1\text{В}$ .

Выполнить директиву меню «Сигнал – Выбрать сигнал».

3.2. На закладке «Сигнал и интерполирующая функция» в поле «Параметры» задать период дискретизации  $T = 0,10\text{к}$ , задать интервал анализа  $[-0,5;1,5]\text{с}$ . Выполнить команду меню «Настройка – Сетка дискретизации – Привязать к началу интервала анализа» Установить метод интерполяции «Ряд Котельникова».

3.3. Поместить в отчёт временную и спектральную диаграммы аналогового и дискретного сигналов и интерполирующей функции.

3.4. Повторить п.п. 3.3, последовательно устанавливая следующие методы интерполяции: «Многочлен Лагранжа», «Локальная полиномиальная, порядок: 1», «Локальная сплайновая, порядок: 2, степень гладкости: 1», «Локальная сплайновая, порядок: 3, степень гладкости: 2».

3.5. На закладке «Сигнал и интерполирующая функция» в поле «Параметры» задать период дискретизации  $T = 0,050\text{к}$ , задать интервал анализа  $[-0,5;1,5]\text{с}$ . Установить метод интерполяции «Ряд Котельникова».

3.6. Повторить п.п. 3.3 – 3.4.

3.7. Сформулировать выводы по п.3: как влияет наличие фронта на графике сигнала на поведение интерполирующей функции?

#### 4. Восстановление гармонического сигнала

4.1. Выбрать три метода локальной интерполяции с различными граничными частотами: локальная полиномиальная порядок: 1 с  $\omega_{\text{гр1}}T = 0,5$ ; локальная сплайновая порядок: 2, степень гладкости: 1 с  $\omega_{\text{гр2}}T = 1,0$ ; локальная сплайновая порядок: 3, степень гладкости: 2 с  $\omega_{\text{гр3}}T = 1,7$ . При этом  $\omega_{\text{гр1}}T < \omega_{\text{гр2}}T < \omega_{\text{гр3}}T$ .

4.2. Исследовать восстановление гармонического сигнала выбранными методами при условии  $\omega T < \omega_{\text{гр1}}T$ . Для этого задать гармонический сигнал с частотой  $\omega T = 0,196$ : выполнить команду меню «Сигнал – Фрагмент полигармонического сигнала», в открывшемся окне «Полигармонический сигнал» снять флажки «вкл» всех гармоник, кроме гармоники с номером 1, ввести амплитуду первой гармоники 1В, частоту 0,196 рад/с, начальную

фазу  $-1,57$  рад, нажать на кнопку «Готово». Выполнить команду меню «Настройка – Сетка дискретизации – Привязать к нулевой абсциссе». Установить метод интерполяции «Локальная полиномиальная, порядок: 1». Ввести период дискретизации 1с. Задать интервал анализа  $[-100;100]$ с.

4.3. Установить пределы сетки графиков сигнала и интерполирующей функции по оси абсцисс такими, чтобы был виден только один период гармонического сигнала  $[-16;16]$ с. Поместить в отчёт график.

4.4. Установить пределы сетки графика ошибки восстановления сигнала по оси абсцисс  $[-16;16]$ с, по оси ординат  $[-0,001;0,001]$ В. Поместить график в отчёт.

4.5. Повторить п.п.4.3-4.4, последовательно задавая методы интерполяции «Локальная сплайновая порядок: 2, степень гладкости: 1» и «Локальная сплайновая порядок: 3, степень гладкости: 2».

Таблица 1

Данные для ввода в программу

№	Условие	$\omega T$	Интервал анализа, с	Пределы по оси абсцисс, с	Ординаты ошибки, В
1	$\omega T < \omega_{гр1} T$	0,196	$[-100;100]$	$[-16;16]$	$[-10^{-3}; 10^{-3}]$
2	$\omega_{гр1} T < \omega T < \omega_{гр2} T$	0,785	$[-40;40]$	$[-4;4]$	$[-10^{-2}; 10^{-2}]$
3	$\omega_{гр2} T < \omega T < \omega_{гр3} T$	1,57	$[-20;20]$	$[-2;2]$	$[-0,1; 0,1]$
4	$\omega_{гр3} T < \omega T$	2,094	$[-15;15]$	$[-1,5;1,5]$	$[-0,3;0,3]$

4.6. Повторить п.п.4.2 – 4.5 для данных приведённых в строках №2-4 табл.1.

4.7. Сформулировать выводы по п.4: как влияет на ошибку интерполяции соотношение граничной частоты и частоты гармонического сигнала?

## 5. Восстановление полигармонического сигнала

5.1. Выполнить команду меню «Сигнал – Фрагмент полигармонического сигнала». В открывшемся окне «Полигармонический сигнал» в колонке «Статус» установить все флажки «вкл». Нажать кнопку «Прямоугольный». Ввести частоту первой гармо-

ники 0.25 рад/с. Нажать кнопку «Готово».

5.2. Установить метод интерполяции «Ряд Котельникова». Ввести период дискретизации 1с. Задать интервал анализа [-100;100]с. Установить пределы сетки графика сигнала по оси абсцисс такими, чтобы наблюдался только один период полигармонического сигнала [-14;14]с. Поместить в отчёт графики аналогового и дискретного сигналов и интерполирующей функции

5.3. Повторить п.5.2 для методов интерполяции «Локальная полиномиальная порядок: 1», «Локальная сплайновая порядок: 2, степень гладкости: 1» и «Локальная сплайновая порядок: 3, степень гладкости: 2».

5.4. Повторить п.п.5.1 – 5.3, задавая полигармонический сигнал «Пилообразный».

5.5. Повторить п.п.5.1 – 5.3, задавая полигармонический сигнал «Случайный».

5.6. Повторить п.п.5.1 – 5.3, задавая амплитуды составляющих полигармонического сигнала равными:  $A_0 = 5В$ ;  $A_1 = 9В$ ;  $A_2 = 8В$ ;  $A_3 = 7В$ ;  $A_4 = 6В$ ;  $A_5 = 5В$ ;  $A_6 = 4В$ ;  $A_7 = 3В$ ;  $A_8 = 2В$ ;  $A_9 = 1В$ .

5.7. Повторить п.п.5.1 – 5.3, задавая амплитуды составляющих полигармонического сигнала равными:  $A_0 = 0В$ ;  $A_1 = 1В$ ;  $A_2 = 2В$ ;  $A_3 = 3В$ ;  $A_4 = 4В$ ;  $A_5 = 5В$ ;  $A_6 = 6В$ ;  $A_7 = 7В$ ;  $A_8 = 8В$ ;  $A_9 = 9В$ .

5.8. Сформулировать выводы по п.5: какой из методов локальной интерполяции в исследованных случаях даёт меньшую ошибку интерполяции, чем это обусловлено?

### Оформление отчёта

Отчёт выполняется на листах формата А4 и должен содержать:

1. Титульный лист с названием лабораторной работы, ФИО студента и преподавателя;
2. Цель лабораторной работы;
3. Названия всех пунктов работы и результаты, полученные в каждом из них: графики, таблицы, результаты измерений;
4. Выводы по каждому пункту и работе в целом.

### Контрольные вопросы

1. Задача интерполяции. Интерполирующая функция и её свойства. Базисные функции, их основные свойства. Классификация методов интерполяции: локальные и глобальные, регулярные и нерегулярные, изотропные и неизотропные методы.
2. Понятие регулярного метода интерполяции. Условия сходимости регулярного метода интерполяции.
3. Определение базисных функций регулярного метода интерполяции по известным геометрическим правилам формирования интерполирующей кривой.
4. Анализ искажений гармонического сигнала при регулярной интерполяции.
5. Ряд Котельникова. Базисные функции, их ортогональность. Условие точного восстановления сигнала рядом Котельникова.
6. Многочлен Лагранжа. Геометрические правила формирования интерполирующей кривой. Базисные функции. Асимптотическая связь многочлена Лагранжа и ряда Котельникова. Недостатки интерполяции сигналов многочленом Лагранжа.
7. Локальная полиномиальная интерполяция. Геометрические правила формирования интерполирующей кривой. Базисные функции при интерполяции нулевого и первого порядка.
8. Интерполирующие сплайн-функции локального типа. Геометрические правила формирования локальной сплайновой кривой первой степени гладкости. Базисные функции сплайнов первой степени гладкости.

### Задачи

1. Дискретный сигнал конечной длины содержит три отсчета
 
$$s(0) = 1 \text{ В}; s(T) = 2 \text{ В}; s(2T) = 0,5 \text{ В}.$$
 Определить интерполирующую функцию на основе многочлена Лагранжа и построить её график.
2. Построить графики, поясняющие процесс восстановления прямоугольного, треугольного и экспоненциального импульсов с помощью ряда Котельникова во временной и частотной области.

3. График интерполирующей функции при кусочно-линейной интерполяции формируется путём соединения каждого двух соседних узлов интерполяции отрезком прямой. Получить выражение для базисной функции, построить её график, проверить сходимость кусочно-линейной интерполяции.
4. График регулярной интерполирующей функции при кусочно-полиномиальной интерполяции формируется по следующему правилу. На каждом частном интервале дискретизации  $[t_k, t_{k+1}]$  график интерполирующей функции совпадает с графиком полинома второй степени, проходящем через точки с координатами  $(t_{k-1}, s_{k-1})$ ,  $(t_k, s_k)$ ,  $(t_{k+1}, s_{k+1})$ , где  $\{s_k\}$  - дискретный сигнал. Получить выражение для базисной функции и построить её график.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ**

#### **Цель работы:**

- Исследование различных видов цифровых фильтров и их основных характеристик.
- Исследование преобразований сигналов при их цифровой обработке методами цифровой фильтрации.
- Закрепление навыков использования ПК в инженерной практике.

#### **Описание лабораторной установки**

Лабораторная работа выполняется на ПК с использованием программы «Анализ цифровых фильтров».

Сигнал на входе цифрового фильтра (ЦФ) задаётся таблицей отсчётов. Исследуемый ЦФ может быть выбран из библиотеки фильтров с П-образной АЧХ или описан путём задания таблиц коэффициентов нерекурсивной и рекурсивной части.

Программа осуществляет построение графиков временных характеристик ЦФ (импульсная и переходная), частотных характеристик ЦФ (амплитудно-частотная и фазо-частотная), сигналов на входе и выходе ЦФ и их амплитудных спектров.

## Порядок выполнения работы

### 1. Исследование цифровых фильтров 1-го порядка

1.1. Исследовать ЦФ, синтезированные по аналоговой RC- и CR-цепи методами дискретизации дифференциального уравнения (ДДУ), инвариантной импульсной характеристики (ИИХ) и билинейного преобразования (БП) при  $T/\tau = 0.23$ . Для этого задать сигнал на входе в виде прямоугольного импульса из 10 отсчётов и коэффициенты фильтров, приведённые в табл.1. Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, а также временные и спектральные диаграммы сигналов на его входе и выходе.

Таблица 1

Коэффициенты ЦФ 1-го порядка

Цепь	Метод	$a_0$	$a_1$	$b_1$
RC	ДДУ	0,187	0	0,813
	ИИХ	0,23	0	0,795
	БП	0,103	0,103	0,794
CR	ДДУ	0,813	-0,813	0,813
	ИИХ	0,77	-0,795	0,795
	БП	0,897	-0,897	0,794

1.2. Изобразить схемы исследуемых ЦФ. Сравнить характеристики ЦФ с характеристиками соответствующих аналоговых цепей, сделать выводы. Как знак коэффициентов рассмотренных ЦФ влияет на тип АЧХ?

1.3. Исследовать дифференциатор сигналов. Задать коэффициенты ЦФ  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = -1$ ,  $b_1 = 0$ . Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ и диаграммы, соответствующие прохождению прямоугольного и симметричного треугольного импульса из 22-х отсчётов, гармонического сигнала с частотой  $\omega_0 T = 0,5$ .

1.4. Изобразить схему дифференциатора. Сравнить характеристики цифрового и идеального аналогового дифференциаторов. При каких условиях возможно дифференцирование сигналов ЦФ 1-го порядка?

1.5. Исследовать интегратор сигналов. Задать коэффициенты ЦФ  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $b_1 = 1$ . Поместить в отчёт графики характеристик

ЦФ и диаграммы, соответствующие прохождению сигналов, полученных в п.1.3 на выходе дифференциатора при воздействии прямоугольного и треугольного импульсов.

1.6. Изобразить схему интегратора. Сравнить характеристики цифрового и идеального аналогового интеграторов. Сделать вывод о возможности интегрирования сигналов методами цифровой фильтрации.

## 2. Исследование цифровых фильтров 2-го порядка

2.1. Исследовать характеристики рекурсивного ( $a_0 = 1$ ,  $a_1 = a_2 = 0$ ) ЦФ 2-го порядка с различными действительными полюсами. Значения полюсов и коэффициентов фильтра приведены в табл.2.

Таблица 2

Полюсы и коэффициенты ЦФ для п.2.1.

Полюсы	Коэффициенты
$z_{p1} = 0,5; z_{p2} = 0,25$	$b_1 = 0,75; b_2 = -0,125$
$z_{p1} = -0,5; z_{p2} = -0,25$	$b_1 = -0,75; b_2 = -0,125$
$z_{p1} = -0,5; z_{p2} = 0,25$	$b_1 = -0,25; b_2 = 0,125$
$z_{p1} = -0,5; z_{p2} = 0,5$	$b_1 = 0; b_2 = 0,25$

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, проанализировать влияние расположения полюсов на их форму.

2.2. Исследовать характеристики чисто рекурсивного ЦФ 2-го порядка с комплексно-сопряжёнными полюсами  $z_{p1} = z_{p2}^* = re^{j\varphi}$ . Значения модуля и аргумента полюсов, а также коэффициентов фильтра приведены в табл.3.

Таблица 3

Полюсы и коэффициенты ЦФ для п.2.2.

Полюсы	Коэффициенты
$r = 0,9; \varphi = \pi/2$	$b_1 = 0; b_2 = -0,81$
$r = 0,5; \varphi = \pi/2$	$b_1 = 0; b_2 = -0,25$
$r = 0,3; \varphi = \pi/2$	$b_1 = 0; b_2 = -0,09$
$r = 0,9; \varphi = \pi/4$	$b_1 = 1,273; b_2 = -0,81$

$r = 0,9; \varphi = 3\pi / 4$	$b_1 = -1,273; b_2 = -0,81$
-------------------------------	-----------------------------

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, проанализировать влияние расположения полюсов на их форму. Чем определяется нормированная резонансная частота АЧХ?

2.3. Исследовать характеристики чисто рекурсивного ЦФ 2-го порядка с одним действительным полюсом кратности 2. Значения полюса и коэффициентов фильтра приведены в табл.4.

Таблица 4

Полюсы и коэффициенты ЦФ для п.2.3.

Полюсы	Коэффициенты
$z_p = 0,5$	$b_1 = 1; b_2 = -0,25$
$z_p = -0,5$	$b_1 = -1; b_2 = -0,25$

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, проанализировать влияние расположения полюса на их форму.

Изобразить схему исследуемых ЦФ.

2.4. Исследовать ЦФ, синтезированные по аналоговому последовательному LRC-контур с добротностью  $Q = 10$  и резонансной частотой  $\omega_0 T = 0,5$  (реакция – напряжение на резистивном элементе контура) методами дискретизации дифференциального уравнения (ДДУ), инвариантной импульсной характеристики (ИИХ) и билинейного преобразования (БП). Значения коэффициентов фильтра приведены в табл. 5.

Таблица 5

Коэффициенты ЦФ для п.2.4.

метод	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$
ДДУ	0,038	-0,038	0	1,577	-0,769
ИИХ	0,05	-0,043	0	1,712	-0,951
БП	0,023	0	-0,023	1,724	-0,954

Поместить в отчёт графики импульсной, амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик ЦФ.

2.5. Изобразить схемы исследуемых ЦФ. Сравнить форму характеристик ЦФ, получаемых различными методами, с характеристиками RLC-цепи, сделать соответствующие выводы.

### 3. Исследование цифровых фильтров с П-образной АЧХ

3.1. Задать на входе ЦФ бигармонический сигнал

$$x(n) = A_1 \cos(\omega_1 nT) + A_2 \cos(\omega_2 nT)$$

с параметрами  $A_1 = 1 \text{ В}$ ;  $\omega_1 T = 0,4$ ;  $A_2 = 1 \text{ В}$ ;  $\omega_2 T = 0,7$ .

3.2. В библиотеке ЦФ выбрать фильтр Баттерворта (получен билинейным преобразованием аналогового фильтра). Установить верхнюю граничную частоту  $\omega_B T = 0,5$ , уровень полосы пропускания  $H_B = 0,5$ , порядок фильтра  $N = 15$ . Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, временные диаграммы сигнала на входе и выходе ( $0 \leq n < 160$ ), а также амплитудные спектры сигналов на входе и выходе.

3.3. Установить  $\omega_B T = 1$ ;  $H_B = 0,5$ . Подготовить таблицу измерений вида табл.3.1, где обозначено:

$\delta\omega = (\omega_{\Pi} - \omega_B) / \omega_B$  - относительная ширина переходной полосы;  $\omega_B, \omega_{\Pi}$  - граничные частоты полосы пропускания и полосы подавления;  $N_*$  - вычислительная эффективность ЦФ, равная количеству умножений, выполняемых в течение одного такта;  $N$  - порядок ЦФ.

Таблица 6

Зависимость относительной ширины переходной  
полосы от вычислительной эффективности ЦФ

$N_*$	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
$N$	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$\delta\omega\%$														

Исследовать зависимость относительной ширины переходной полосы от вычислительной эффективности ЦФ Баттерворта, устанавливая его порядок в соответствии со второй строкой табл.3.1 и записывая результаты измерений в третью строку. Для измерения относительной ширины переходной полосы в меню «Результат - АЧХ» установить тип АЧХ «Нормированная в дБ». Выполнением директивы «Результат – АЧХ – Измерение параметров» вызвать окно измерения параметров АЧХ. Установить уровень полосы пропускания  $H_B = -3\text{дБ}$ , уровень полосы подав-

ления  $H_{\Pi} = -40\text{дБ}$ , нажать кнопку «Измерить параметры АЧХ».

3.4. В библиотеке ЦФ выбрать фильтр Чебышева (получен билинейным преобразованием аналогового фильтра). Установить верхнюю граничную частоту  $\omega_{\text{в}}T = 0,5$ ; уровень полосы пропускания  $H_{\text{в}} = 0,5$ ; неравномерность АЧХ  $\delta H = 5\%$ ; порядок фильтра  $N = 15$ . Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ (АЧХ не нормировать), временные диаграммы сигнала на входе и выходе ( $0 \leq n < 160$ ), а также амплитудные спектры сигналов на входе и выходе.

3.5. Установить  $\omega_{\text{в}}T = 1$ ;  $H_{\text{в}} = 0,5$ ;  $\delta H = 5\%$ . Аналогично п.3.3. исследовать зависимость относительной ширины переходной полосы от вычислительной эффективности ЦФ Чебышева при  $H_{\text{в}} = -3\text{дБ}$ ,  $H_{\Pi} = -40\text{дБ}$ .

3.6. В библиотеке ЦФ выбрать закладку «фильтр со взвешиванием». Установить частоту среза  $\omega_{\text{с}}T = 0,5$ , порядок фильтра  $N = 30$ , тип взвешивания – прямоугольное окно. Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, временные диаграммы сигнала на входе и выходе ( $0 \leq n < 160$ ), а также амплитудные спектры сигналов на входе и выходе. Повторить п.3.6. для ЦФ с окном Хемминга.

3.7. Установить  $\omega_{\text{с}}T = 1$ , окно Хэмминга. Составить таблицу, аналогичную табл.3.1, без второй строки, так как в рассматриваемом случае  $N = N_*$ . Аналогично п.3.3. исследовать зависимость относительной ширины переходной полосы от вычислительной эффективности ЦФ при  $H_{\text{в}} = -3\text{дБ}$ ,  $H_{\Pi} = -40\text{дБ}$ .

3.8. В библиотеке ЦФ выбрать закладку «фильтр частотной выборки». Установить частоту среза  $\omega_{\text{с}}T = 0,5$ , порядок фильтра  $N = 30$ . Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, временные диаграммы сигнала на входе и выходе ( $0 \leq n < 160$ ), а также амплитудные спектры сигналов на входе и выходе. Повторить п.3.8. для ЦФ с окном Хемминга.

3.9. Установить  $\omega_{\text{с}}T = 1$ , окно Хэмминга. Составить табл.3.2 и исследовать зависимость относительной ширины переходной полосы от вычислительной эффективности ЦФ при  $H_{\text{в}} = -3\text{дБ}$ ,

$$H_{\Pi} = -40\text{дБ}.$$

Таблица 7

Зависимость относительной ширины переходной  
полосы от вычислительной эффективности ЦФ

$N_* = N$	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53	57	61
$\delta\omega\%$														

3.10. В одной системе координат построить графики зависимостей относительной ширины переходной полосы от вычислительной эффективности  $\delta\omega = \delta\omega(N_*)$  для ЦФ Баттерворта, Чебышева, ЦФ с окном Хэмминга, ЦФ частотной выборки с окном Хемминга. Проанализировать полученные результаты. Какой из исследуемых ЦФ обеспечивает лучшее приближение АЧХ к АЧХ идеального ФНЧ?

#### 4. Исследование интерполирующих цифровых фильтров

4.1. Задать сигнал на входе ЦФ в виде дискретного прямоугольного импульса из 15-ти отсчётов. Между каждыми двумя соседними отсчётами вставить четыре нулевых.

4.2. Исследовать повышение частоты дискретизации сигнала в 5 раз с помощью ступенчатого интерполятора с системной функцией  $H(z) = (1 - z^{-5}) / (1 - z^{-1})$ .

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, сигналов на входе и выходе и их амплитудных спектров.

4.3. Исследовать повышение частоты дискретизации сигнала в 5 раз с помощью линейного интерполятора с системной функцией

$$H(z) = (0.2z^{-1} - 0.4z^{-6} + 0.2z^{-11}) / (1 - 2z^{-1} + z^{-2}).$$

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, сигналов на входе и выходе и их амплитудных спектров.

4.4. Исследовать повышение частоты дискретизации в 5 раз с помощью сплайнового интерполятора первой степени гладкости с импульсной характеристикой

$$h(n) = \{0; 0; 0; -0,011; -0,043; 0; 0,157; 0,389; 0,622; 0,886; 1,0; 0,886; 0,622; 0,389; 0,157; 0; -0,043; -0,011\}_{n=0}^{17}$$

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, сигналов на входе

и выходе и их амплитудных спектров.

4.5. Исследовать повышение частоты дискретизации в 5 раз с помощью ФНЧ с П-образной АЧХ. Выбрать из библиотеки ЦФ любой фильтр, установить границу полосы пропускания  $\omega_b T = 0,51$ .

Поместить в отчёт графики характеристик ЦФ, сигналов на входе и выходе и их амплитудных спектров.

4.6. Сравнить результаты восстановления заданного сигнала с помощью различных ЦФ. Изобразить схемы интерполяторов.

4.7. Задать сигнал на входе ЦФ в виде симметричного треугольного импульса из 15-ти отсчётов. Между каждыми двумя соседними отсчётами вставить четыре нулевых. Повторить п.4.2-4.6 для симметричного треугольного импульса.

4.8. Задать сигнал на входе ЦФ в виде экспоненциального импульса из 20-ти отсчётов (табл.4.1). Между каждыми двумя соседними отсчётами вставить четыре нулевых. Повторить п.4.2-4.6 для экспоненциального импульса.

Таблица 8

Отсчёты экспоненциального импульса

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x(n)$	10	7,349	5,401	3,969	2,917	2,144	1,576	1,158	0,851	0,625

$n$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$x(n)$	0,46	0,338	0,248	0,182	0,134	0,099	0,072	0,053	0,039	0,029

## 5. Исследование формирователей дискретных сигналов (выполняется по указанию преподавателя)

5.1. Синтезировать формирователь пачки из 3-х дискретных прямоугольных импульсов, состоящих из 5-ти отсчётов с интервалом следования 20 тактов. Поместить в отчёт импульсную и амплитудно-частотную характеристики формирователя, изобразить его схему.

5.2. Синтезировать формирователь пачки из 3-х дискретных экспоненциальных импульсов с интервалом следования 20 тактов. Поместить в отчёт импульсную и амплитудно-частотную характеристики формирователя, изобразить его схему.

5.3. Синтезировать формирователь периодической последова-

тельности прямоугольных импульсов, состоящих из 5-ти отсчётов с периодом повторения 20 тактов. Поместить в отчёт импульсную характеристику формирователя, изобразить его схему.

5.4. Синтезировать формирователь периодической последовательности экспоненциальных импульсов с периодом повторения 20 тактов. Поместить в отчёт импульсную характеристику формирователя, изобразить его схему.

### **Оформление отчёта**

Отчёт выполняется на листах формата А4 и должен содержать:

1. Титульный лист с названием лабораторной работы, ФИО студента и преподавателя;
2. Цель лабораторной работы;
3. Названия всех пунктов работы и результаты, полученные в каждом из них: графики, таблицы отсчётов и таблицы измерений, схемы исследуемых ЦФ;
4. Выводы по каждому пункту и работе в целом.

### **Контрольные вопросы**

1. Понятие цифрового фильтра (ЦФ). Разностное уравнение ЦФ. Принцип суперпозиции и транспозиции для ЦФ.
2. Основные характеристики ЦФ: частотная характеристика (ЧХ), импульсная характеристика (ИХ), системная функция (СФ). Их взаимосвязь. Условия физической реализуемости и устойчивости ЦФ. СФ последовательного и параллельного соединения ЦФ.
3. Классификация ЦФ по виду ИХ. Структурные схемы ЦФ, классификация по структурному признаку. Каноническая схема ЦФ.
4. Методы анализа ЦФ: метод решения разностных уравнений, метод наложения, метод с использованием  $Z$  – преобразования.
5. Методы синтеза ЦФ по аналоговой цепи: метод дискретизации дифференциального уравнения цепи, метод инвариантной импульсной характеристики, метод билинейного преобразования.
6. Методы прямого синтеза КИХ – фильтров: метод взвешивания, метод частотной выборки.

7. Цифровые фильтры специального вида: дифференциаторы, интеграторы, фильтры скользящего среднего, интерполирующие фильтры.
8. Преобразования цифровых фильтров (преобразования Константинидиса).

### Задачи

1. Методом дискретизации дифференциального уравнения синтезировать ЦФ, соответствующий RC-цепи при  $T/\tau = 0.23$ . Изобразить его схему и определить сигнал на выходе при воздействии дискретного прямоугольного импульса.
2. Методом инвариантной импульсной характеристики синтезировать ЦФ, соответствующий RC-цепи при  $T/\tau = 0.23$ . Изобразить его схему и определить сигнал на выходе при воздействии дискретного прямоугольного импульса.
3. Методом билинейного преобразования синтезировать ЦФ, соответствующий RC-цепи при  $T/\tau = 0.23$ . Изобразить его схему и определить сигнал на выходе при воздействии дискретного прямоугольного импульса.
4. Найти системную функцию и импульсную характеристику рекурсивного ЦФ второго порядка ( $a_0 = 1$ ;  $a_1 = 0$ ;  $a_2 = 0$ ;  $b_1 \neq 0$ ;  $b_2 \neq 0$ ).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2005.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Дрофа, 2006.
3. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. – М.: Горячая Линия Телеком, 2005.
4. Стеценко О.А. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2007.